

Wokół pierścieni Armendariza z polskimi akcentami

Ryszard Mazurek

Politechnika Białostocka

e-mail: r.mazurek@pb.edu.pl

Pierścień R , niekoniecznie przemienny, nazywamy *pierścieniem Armendariza*, jeżeli dla dowolnych dwóch wielomianów $f = \sum a_i x^i$, $g = \sum b_j x^j \in R[x]$ z równości $fg = 0$ wynika, że $a_i b_j = 0$ dla wszystkich indeksów i, j . Pojęcie to, wprowadzone w [1], zostało zainspirowane artykułem E. P. Armendariza z 1974 roku, dotyczącym anihilatorów w rozszerzeniach wielomianowych pierścienia zredukowanego.

Przedstawimy własności i przykłady pierścieni Armendariza oraz związanych z nimi pierścieni McCoya i gaussowskich, wraz z ich licznymi wariantami otrzymanymi przez zastąpienie pierścienia wielomianów $R[x]$ w definicji danej klasy innymi rozszerzeniami pierścieniowymi, takimi jak pierścienie półgrupowe $R[S]$, pierścienie szeregów potęgowych $R[[x]]$ czy pierścienie skośnych wielomianów $R[x, \sigma]$. Pokażemy również sposób unifikacji tych wariantów za pomocą skośnych uogólnionych szeregów potęgowych.

Pierścienie Armendariza, McCoya i gaussowskie oraz ich warianty są intensywnie badane, zwłaszcza zależności między strukturą takich pierścieni a własnościami odpowiadających im rozszerzeń pierścieniowych. Przedstawimy najważniejsze wyniki dotyczące tych pierścieni, ze szczególnym uwzględnieniem prac, których autorami lub współautorami są polscy algebraicy ([2]–[14]). Omówimy także motywację, kontekst i znaczenie rezultatów tych prac.

MSC (2020): 06F05, 16S36, 20M99

Literatura

- [1] M.B. Rege, S. Chhawchharia, *Armendariz rings*, Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci., 1997, 73(1), 14–17.
- [2] C. Huh, Y. Lee, A. Smoktunowicz, *Armendariz rings and semicommutative rings*, Comm. Algebra, 2002, 30, 751–761.
- [3] K. Kozłowski, R. Mazurek, *On semi-Armendariz matrix rings*, J. Korean Math. Soc., 2015, 52(4), 781–795.
- [4] A. Leroy, J. Matczuk, *On right strongly McCoy rings*. Ring theory and its applications, 233–244, Contemp. Math., 609, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2014.
- [5] G. Marks, R. Mazurek, *Annelidan rings*, Forum Math., 2016, 28(5), 923–941.

- [6] G. Marks, R. Mazurek, *Rings with linearly ordered right annihilators*, Israel J. Math., 2016, 216(1), 415–440.
- [7] G. Marks, R. Mazurek, M. Ziembowski, *A new class of unique product monoids with applications to ring theory*, Semigroup Forum, 2009, 78(2), 210–225.
- [8] G. Marks, R. Mazurek, M. Ziembowski, *A unified approach to various generalizations of Armendariz rings*, Bull. Aust. Math. Soc., 2010, 81(3), 361–397.
- [9] R. Mazurek, *On nilpotent elements, weak symmetry and related properties of skew generalized power series rings*, Symmetry, 2024, 16, 1693.
- [10] R. Mazurek, M. Ziembowski, *Right Gaussian rings and skew power series rings*, J. Algebra, 2011, 330, 130–146.
- [11] R. Mazurek, M. Ziembowski, *On a characterization of distributive rings via saturations and its applications to Armendariz and Gaussian rings*, Rev. Mat. Iberoam., 2014, 30(3), 1073–1088.
- [12] R. Mazurek, M. Ziembowski, *On right McCoy rings and right McCoy rings relative to u.p.- monoids*, Commun. Contemp. Math., 2015, 17(4), 1550049.
- [13] W. Wang, E. R. Puczyłowski, L. Li, *On Armendariz rings and matrix rings with simple 0-multiplication*, Comm. Algebra, 2008, 36(4), 1514–1519.
- [14] Y. Zhou, M. Ziembowski, *Distributive modules and Armendariz modules*, J. Math. Soc. Japan, 2015, 67(2), 789–796.