

## Elementy historii matematyki w szkole średniej na przykładzie zastosowania reguły Pappusa-Guldina do obliczania pól i objętości brył obrotowych

**Bronisław Pabich**

XX LO w Krakowie

PCKZiU w Wieliczce

e-mail: [bronek.pabich@gmail.com](mailto:bronek.pabich@gmail.com)

Ucząc stereometrii w ostatnich klasach szkół średnich odwołujemy się często do wzorów na pola i objętości walca, stożka i kuli. Bryły te powstają w wyniku obracania się odpowiednio prostokąta, trójkąta równoramiennego i koła wokół osi symetrii tych figur. Jednak, jeśli obrócimy prostokąt wokół osi zawierającej bok  $b$  prostokąta o podstawie długości  $a$  wówczas objętość i pole całkowite uzyskanego walca są równe odpowiednio:

$$V = \pi * a^2 * b \quad \text{oraz} \quad S = 2 * \pi * a^2 + 2 * \pi * a * b.$$

Po odpowiednim przekształceniu tych wzorów można uzyskać nieco inne ich postacie, które wyrażają objętość i pole uzyskanego walca poprzez odległość  $a/2$  środka ciężkości prostokąta od osi obrotu oraz odpowiednio pola  $ab$  prostokąta i jego obwodu  $2a + 2b$ . Okazuje się, że taki sposób wyznaczania objętości i pól brył obrotowych powstających przez obracanie figury płaskiej wokół osi nie przecinającej tej figury można zastosować dla każdej bryły obrotowej pod warunkiem, że znamy środek ciężkości figury płaskiej, z której tworzymy bryłę obrotową.

Regułę tę odkrył w IV wieku n.e. Pappus z Aleksandrii (290-350) a w XVI/XVIII wieku rozpowszechnił ją szwajcarski zakonnik Paul Habakkuk Guldin (1577-1643). Poznanie tej reguły może uatrakcyjnić lekcje rachunkowe ze stereometrii. Korzystając z tej reguły można wyznaczyć również środek ciężkości figury płaskiej. Na przykład znając wzór na objętość i pole kuli można wyznaczyć środek ciężkości półkula, z którego w wyniku obrotu wokół średnicy powstała kula.

**MSC (2020):** 01A16, 01A45

### Literatura

- [1] Bronisław Pabich, *Reguła Guldina*, Świat Matematyki nr 51, 2018, 5, 2–6.

- [2] *Paul Guldin* in *Schülerlexikon*, *Lernhelfer*, <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/mathematikabitur/artikel/paul-guldin>.