

Uporządkowane półgrupy ternarne

Ryszard Mazurek

Politechnika Białostocka

e-mail: r.mazurek@pb.edu.pl

Półgrupą ternarną nazywamy niepusty zbiór S z działaniem trójargumentowym $S \times S \times S \ni (x, y, z) \mapsto xyz \in S$, które spełnia warunek łączności:

$$(abc)de = a(bcd)e = ab(cde) \quad \text{dla dowolnych } a, b, c, d, e \in S.$$

Jeżeli $\leq$ jest porządkiem częściowym w S zgodnym z tym działaniem, to S wraz z $\leq$ nazywamy *uporządkowaną półgrupą ternarną*. Jeżeli ponadto jej ideały prawostronne tworzą łańcuch względem inkluzji, to mówimy, że jest ona *prawostronnie łańcuchowa*. Takie półgrupy ternarne stanowią naturalny odpowiednik znanych z literatury uporządkowanych półgrup prawostronnie łańcuchowych, które z kolei obejmują półgrupy multiplikatywne pierścieni prawostronnie łańcuchowych.

W referacie przedstawione zostaną ogólne wiadomości na temat (uporządkowanych) półgrup ternarnych i ich ideałów [5]. Omówiona będzie klasyfikacja tzw. *segmentów pierwszych*, czyli par sąsiednich ideałów całkowicie pierwszych, w prawostronnie łańcuchowych uporządkowanych półgrupach ternarnych. Jak pokazano w [4], każdy taki segment jest któregoś z czterech typów: prosty, archimedesowy, wyjątkowy lub uzupełniający. Klasyfikacja ta jest analogiczna do tej znanej dla półgrup binarnych [2, 3], przy czym ujęcie ternarne wymagało nowych metod konstruowania ideałów pewnych typów (np. półpierwszych, idempotentnych). Zostaną również przedstawione motywacje do badania segmentów pierwszych, mające swoje źródło w teorii pierścieni łańcuchowych (np. [1]).

Badania zostały zrealizowane w ramach pracy nr WZ/WI-IIT/2/2025 w Politechnice Białostockiej i sfinansowane z subwencji badawczej przekazanej przez ministra właściwego do spraw nauki.

MSC (2020): 20N10, 20N15, 06F05

Literatura

- [1] H.H. Brungs, G. Törner, *Primes and completions of right chain rings*, Abelian groups and modules (Colorado Springs, CO, 1995), 203–210. Lecture Notes in Pure and Appl. Math., 182 Marcel Dekker, Inc., New York, 1996.

- [2] T. Changphas, P. Luangchaisri, R. Mazurek, *On right chain ordered semigroups*, Semigroup Forum, 2018, 96(3), 523–535.
- [3] M. Ferrero, R. Mazurek, A. Sant’Ana, *On right chain semigroups*, J. Algebra, 2005, 292(2), 574–584.
- [4] R. Mazurek, S. Kar, A. Roy, *Semiprime ideals and prime segments of ordered ternary semigroups*, preprint.
- [5] F.M. Sioson, *Ideal theory in ternary semigroups*, Math. Japon., 1965, 10, 63–84.