

(Pół)grupy macierzy trójkątnych o pewnych szczególnych przekątnych

Roksana Słowik

Politechnika Śląska

e-mail: roksana.slowik@polsl.pl

W teorii grup, i nie tylko, można znaleźć wiele wyników dotyczących przedstawienia jej elementów w postaci iloczynów elementów o pewnych szczególnych własnościach. Przykładem takich szczególnych elementów mogą być involucje, tj. elementy x , które spełniają równanie (kwadratowe) $x^2 - 1 = 0$. Znane jest twierdzenie mówiące, że macierze określone nad ciałem, będące involucjami, generują grupę wszystkich macierzy o wyznaczniku równym ± 1 . Naturalnym wydaje się być pytanie czy podobne twierdzenie spełnione jest dla macierzy spełniających inne równania kwadratowe.

Niech F będzie ciałem, $\mathcal{A}$ - algebrą zdefiniowaną nad F , natomiast q oznacza wielomian $q(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$, gdzie $a_2 \neq 0$. Jeśli $a \in \mathcal{A}$ spełnia $q(a) = 0$, powiemy, że element a jest $q(x)$ -kwadratowy. W pracy [1] udowodniono, że każda $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ macierz trójkątna, której elementy diagonalne przyjmują postać $\lambda_1^{s_i} \lambda_2^{t_i}$, $s_i + t_i = k$ dla każdego $i \in \mathbb{N}$, $\lambda_1, \lambda_2 \neq 0$, może być zapisana jako iloczyn k macierzy $q(x)$ -kwadratowych, gdzie $q_{\lambda_1, \lambda_2}(x) = (x - \lambda_1)(x - \lambda_2)$. Ten wynik implikuje kolejne pytania. Czy podobny rezultat zachodzi, gdy $\lambda_1 \lambda_2 = 0$? A gdy zastąpimy $q(x)$ wielomianem stopnia n ($n \geq 3$)? Czy wygenerowane zbiory są grupami? Na te pytania odpowiemy, przynajmniej częściowo, w trakcie wystąpienia.

MSC (2020): 15A23, 15A18, 20H20

Literatura

- [1] M.H. Bien, V.M. Tam, D.C.M. Tri, L.Q. Truong, *Products of infinite upper triangular matrices*, Linear Algebra Appl., 2024, 699, 59–71.
- [2] L.Q. Truong, R. Słowik, *Products of infinite matrices annihilated by fixed polynomials*, w przygotowaniu.