

Spacerem przez matematykę powiazaną z informacją kwantową: przykłady własne

Karol Życzkowski

Uniwersytet Jagielloński

Centrum Fizyki Teoretycznej Polskiej Akademii Nauk

e-mail: karol@cft.edu.pl

Które działy *matematyki* są przydatne w badaniach nad teorią kwantową? Bardzo różne, jak pokazują wieloletnie doświadczenia autora [4]. Z drugiej strony, problemy ważne z punktu widzenia teorii informacji kwantowej mogą stać się inspiracją dla prac badawczych w rozmaitych dziedzinach matematyki czystej.

W artykule Michaela Atiyaha i innych [2] z roku 2010 autorzy pisali: *The presence of physics in contemporary pure mathematics is undeniable and has presented the community with both opportunities and challenges.*

Podczas referatu przedstawię wybrane prace dotyczące algebry liniowej, teorii macierzy, matematyki dyskretnej i kombinatoryki, teorii grup i reprezentacji, teorii operatorów, rachunku prawdopodobieństwa i macierzy losowych, układów dynamicznych i fraktali, geometrii zbiorów wypukłych oraz zagadnień transportu, które były inspirowane mechaniką kwantową [1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. Pewien poruszany wątek dotyczy także teorii liczb. Kluczowym omawianym wynikiem będzie:

Twierdzenie 1. *Rozważmy losową parę (M, F) składającą się z matematyka i fizyka teoretyka. Wtedy z prawdopodobieństwem $p > 0$ będą oni mogli razem owocnie pracować nad zagadnieniami interesującymi dla obu stron.*

Dowód. Przez pokazanie konstruktywnych przykładów [1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. □

Hipoteza 2. Gdy losujemy pary niezależnie w zbiorach „rozsądnych matematyków” oraz „rozsądnych fizyków” według miary jednorodnej, to prawdopodobieństwo zdefiniowane powyżej zachowuje się jak $p = 1 - \epsilon$, gdzie $\epsilon \ll 1$.

Hipoteza 3. W następstwie naturalnej ewolucji czasowej liczba ta asymptotycznie dąży do 1, czyli $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0$.

MSC (2020): 81P40, 81Q50

Literatura

- [1] R. Adamczak, R. Latała, Z. Puchała, K. Życzkowski, *Asymptotic entropic uncertainty relations*, J. Math. Phys., 2016, 57, 032204.
- [2] M. Atiyah, R. Dijkgraaf and N. Hitchin, *Geometry and physics*, Phil. Trans. R. Soc. 2010, A 368, 913.
- [3] T. Banica, I. Nechita, K. Życzkowski, *Almost Hadamard matrices: general theory and examples*, Open Syst. Inf. Dyn. 2012, 19, 1250024–26.
- [4] I. Bengtsson, K. Życzkowski, *Geometry of Quantum States: An introduction to Quantum Entanglement*, Cambridge University Press, 2017.
- [5] E. Boltt, P. Gora, A. Ostruszka, K. Życzkowski, *Basis Markov partitions and transition matrices for stochastic systems*, SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 2008, 7, 341–360.
- [6] M.D. Choi, D. W. Kribs, K. Życzkowski, *Higher-rank numerical ranges and compression problems*, Lin. Alg. Appl., 2006, 418, 828–839.
- [7] S. Cole, M. Eckstein, S. Friedland, K. Życzkowski, *Quantum Optimal Transport*, Math. Physics, Analysis and Geometry 2024, 26, 14.
- [8] B. Collins, P. Gawron, A. E. Litvak, K. Życzkowski, *Numerical range for random matrices*, J. Math. Anal. Appl., 2014, 418, 516–533.
- [9] C. F. Dunkl, P. Gawron, J. A. Holbrook, Z. Puchała, K. Życzkowski, *Numerical shadows: Measures and densities on the numerical range*, Lin. Algebra Appl. 2011, 434, 2042–2080.
- [10] E. Gutkin, K. Życzkowski, *Joint numerical ranges, quantum maps, and joint numerical shadows*, Lin. Alg. Appl., 2013, 438, 2394–2404.
- [11] W. Młotkowski, K. Penson, K. Życzkowski, *Densities of the Raney distributions*, Documenta Math., 2013, 18, 1573–1596.
- [12] Ł. Skowronek, E. Stormer, K. Życzkowski, *Cones of positive maps and their duality relations*, J. Math. Phys., 2010, 50, 062106–18.
- [13] S. Szarek, I. Bengtsson, K. Życzkowski, *On the structure of the body of states with positive partial transpose*, J. Phys., 2006, A 39, L119–L126.
- [14] T. Tkocz, M. Smaczyński, M. Kuś, O. Zeitouni, K. Życzkowski, *Tensor Products of Random Unitary Matrices*, Random Matrices: Theory and Applications, 2012, 1, 1250009–26.
- [15] K. Życzkowski, W. Słomczyński, *Monge distance between quantum states*, J. Phys., 1998, A 31, 9095–9104.