

O pewnych nowych rezultatach dotyczących rozkładu na solitony

Jacek Jendrej

Sorbonne Université

Akademia Górniczo-Hutnicza

e-mail: jjendrej@agh.edu.pl

Dyspersyjne równania różniczkowe cząstkowe są równaniami ewolucyjnymi (tzn. uwzględniającymi czas), których rozwiązania zachowują energię, ale mogą zanikać w długim czasie z powodu faktu, że różne częstotliwości rozchodzą się z różnymi prędkościami. W niektórych przypadkach istnieją specjalne rozwiązania nazywane *solitonami*, które nie zmieniają swojego kształtu w miarę upływu czasu. Hipoteza o rozkładzie na solitony przewiduje, że solitony są jedyną przeszkodą dla zaniku rozwiązań. Dokładniej ujmując, każde rozwiązanie ostatecznie rozkłada się na superpozycję solitonów oraz zanikającego członu nazywanego *radiacją*.

Omówimy tę hipotezę w kontekście krytycznego równania odwzorowań falowych, które jest analogiem równania falowego dla odwzorowań z $\mathbb{R}^2$ do $\mathbb{S}^2$. Solitony odpowiadają *odwzorowaniom harmonicznym*, które zostały sklasyfikowane przez Eellsa i Wooda w 1976 roku. Rozważamy rozwiązania *ekwiwariantne*, tzn. zachowujące pewną symetrię względem której równanie jest niezmiennicze. We wspólnej pracy z Andrew Lawrie udowadniamy, że rozkład na solitony zachodzi dla rozwiązań ekwiwariantnych. Nasz dowód opiera się na analizie *kolizji* solitonów oraz użyciu odpowiedniego lokalnego funkcjonału Lapunowa, które razem pozwalają udowodnić *lemat o niepowracaniu* dla konfiguracji wielosolitonowych.

Rozwijając niektóre z tych idei, rozwiązujemy, we wspólnej pracy z Andrew Lawrie i Wilhelmem Schlagiem, analogiczny problem dla równania ciepła odwzorowań harmonicznych (wprowadzonego przez Eellsa i Sampsona w 1964 roku) *bez założenia jakiegokolwiek symetrii* danych początkowych.

MSC (2020): 35L71, 37K40