

Liczby Reidemeistera: kongruencje Gaussa, dynamiczne zeta funkcje, wzrost i entropia topologiczna

Mateusz Słomiany

Uniwersytet Szczeciński

e-mail: mateusz.slomiany@phd.usz.edu.pl

Alexander Fel'shtyn

Uniwersytet Szczeciński

e-mail: alexander.felshtyn@usz.edu.pl

Niech G jest grupą i $\varphi : G \rightarrow G$ jej endomorfizmem. Mówimy, że $x, y \in G$ są w tej samej klasie *skręconej sprzężoności*, jeżeli istnieje takie $g \in G$, że

$$y = gx\varphi(g^{-1}).$$

Bycie w tej samej klasie skręconej sprzężoności jest relacją równoważności. Liczbę klas skręconej sprzężoności nazywamy *liczbą Reidemeistera* endomorfizmu φ i oznaczamy $R(\varphi)$.

W naszych badaniach rozważamy liczby Reidemeistera $R(\varphi^k)$ iteracji endomorfizmów grup. Jeżeli dla każdego $k \in \mathbb{N}$ liczba $R(\varphi^k) < \infty$, to endomorfizm φ nazywamy *oswojonym* (ang. *tame*). Z ciągiem $\{R(\varphi^k)\}_k$ oswojonego endomorfizmu φ związana jest *zeta funkcja Reidemeistera*

$$R_\varphi(z) := \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R(\varphi^k)}{k} z^k\right), \quad (1)$$

której wymierność okazuje się implikować zachodzenie *kongruencji Gaussa*

$$\sum_{k|n} \mu(n/k) \cdot R(\varphi^k) \equiv 0 \pmod{n}, \quad (2)$$

gdzie μ jest znaną z teorii liczb funkcją Möbiusa. Nasze wyniki dotyczą kryteriów dla wymierności zeta funkcji Reidemeistera (1) oraz kongruencji Gaussa (2) w pewnych klasach grup.

Wzrost (ang. *growth rate*) liczb Reidemeistera endomorfizmu grupy definiujemy jako granicę ciągu liczb Reidemeistera jego iteracji

$$R^\infty(\varphi) := \lim_{k \rightarrow \infty} R(\varphi^k),$$

o ile ta granica istnieje. Dla pewnych klas grup ustaliliśmy jawny wzór na wzrost. W przypadku niektórych automorfizmów wzrost okazuje się być związany z entropią topologiczną odwzorowania dualnego $\widehat{\varphi}$ indukowanego na przestrzeni unitarnych, nieprzywiedlnych reprezentacji.

W trakcie wystąpienia przedstawię nasze najnowsze wyniki z [3] dotyczące przedstawionych wyżej obiektów i ich związków oraz omówię techniki zastosowane w dowodach.

MSC (2020): 37C25

Literatura

- [1] A. Fel'shtyn, *Dynamical zeta functions, Nielsen theory and Reidemeister torsion*, Mem. Amer. Math. Soc., 2000.
- [2] A. Fel'shtyn, B. Klopsch, *Pólya–Carlson dichotomy for coincidence Reidemeister zeta functions via profinite completions*, Indagationes Mathematicae, 2022, 33, 753–767.
- [3] A. Fel'shtyn, M. Ślomiany, *The Reidemeister and the Nielsen numbers: growth rate, asymptotic behavior, dynamical zeta functions and the Gauss congruences*, 2025, 1–34, ukaże się.