

Geometria binarnych sympleks kodów i kwadratowe konfiguracje kombinatoryczne

Krzysztof Petelczyc

Uniwersytet w Białymstoku

e-mail: kryzpet@math.uwb.edu.pl

Punkty przestrzeni rzutowej $PG(n-1, 2)$ możemy w naturalny sposób utożsamić z niepustymi podzbiorami zbioru $\{1, \dots, n\}$. Rozważmy geometrię $\mathcal{P}_m(n)$ utworzoną przez punkty odpowiadające $2m$ -elementowym podzbiomom tego zbioru. W przypadku gdy $n = 2k - 1$ oraz $m = 2k - 2$ dla pewnej liczby całkowitej $k \geq 3$, maksymalne singularne podprzestrzenie tej geometrii odpowiadają binarnym sympleksom kodom wymiaru k .

Dla $k \geq 4$ graf współliniowości geometrii $\mathcal{P}_m(n)$ zawiera maksymalne klik, które nie powstały z maksymalnych singularnych podprzestrzeni. Jeśli maksymalna klika zawiera dokładnie n elementów, to określa kwadratową $(n, 2m, m)$ -konfigurację kombinatoryczną. Gdy taka klika powstała z maksymalnej singularnej podprzestrzeni, odpowiadająca jej konfiguracja jest izomorficzna z konfiguracją złożoną z punktów i dopełnień hiperpłaszczyzn w przestrzeni $PG(k - 1, 2)$.

Wyróżniamy klasę tzw. maksymalnych centralnych klik, które otrzymujemy sumując $2^{k-1} - 1$ prostych przechodzących przez ustalony punkt – centrum. Centralne klik możemy skonstruować przy pomocy bijekcji między dwoma $(2m - 1)$ -elementowymi maksymalnymi klikami geometrii $\mathcal{P}_{m/2}(2m - 1)$. W przypadku $k = m = 4$ geometria $\mathcal{P}_{m/2}(2m - 1) = \mathcal{P}_2(7)$ jest przestrzenią biegunową rzędu 3 i każda maksymalna klika grafu współliniowości jest płaszczyzną Fano. Głównym wynikiem jest klasyfikacja maksymalnych centralnych 15-elementowych klik grafu współliniowości $\mathcal{P}_4(15)$, którą otrzymujemy badając możliwe bijekcje płaszczyzny Fano. Ta klasyfikacja, razem z konstrukcją niecentralnej maksymalnej 15-elementowej klik, stanowi geometryczną interpretację wszystkich pięciu kwadratowych $(15, 8, 4)$ -konfiguracji kombinatorycznych.

MSC (2020): 51E20, 51E22