

Automorfizmy geometrii związanych z binarnymi kodami o stałej odległości

Mariusz Żynel

Uniwersytet w Białymstoku

e-mail: mariusz@math.uwb.edu.pl

Znane są dwa pojęcia równoważności kodów. Dwa kody C_1, C_2 w przestrzeni wektorowej V nad ciałem skończonym są równoważne, gdy, albo istnieje półliniowy izomorfizm zachowujący wagę Hamminga, który przekształca C_1 na C_2 , albo, gdy istnieje transformacja jednomianowa przestrzeni V , która przekształca C_1 na C_2 . Twierdzenie MacWilliams o rozszerzaniu mówi, że te dwa pojęcia są tożsame.

Rozważamy przestrzeń rzutową $\mathcal{P}(V)$ nad przestrzenią wektorową $V = \mathbb{F}_2^n$. Standardowa baza V to $e_1 = (1, 0, \dots, 0), \dots, e_n = (0, \dots, 0, 1)$. Dla każdego niezerowego wektora v z V mamy $v = e_I = \sum_{i \in I} e_i$, gdzie I jest niepustym podzbiorem zbioru $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$. Zauważmy, że i -ta współrzędna wektora e_I to 1, gdy $i \in I$, albo 0 w przeciwnym razie. Punkt z $\mathcal{P}(V)$ odpowiadający wektorowi e_I oznaczamy jako P_I . Jego waga Hamminga to $|I|$.

Niech teraz m będzie taką liczbą naturalną, że $3m \leq n$. Przez $\mathcal{P}_m$ oznaczmy zbiór punktów przestrzeni $\mathcal{P}(V)$ o wadze Hamminga $2m$. Zbiór $\mathcal{P}_m$ możemy traktować jako geometrię incydencyjną, której prostymi są proste przestrzeni rzutowej $\mathcal{P}(V)$ zawarte w $\mathcal{P}_m$. Odległość Hamminga pomiędzy dwoma różnymi, współliniowymi punktami w $\mathcal{P}_m$ jest stała i wynosi $2m$. W tej klasie geometrii znajduje się: konfiguracja Pascha ($n = 3m + 1 = 4$), konfiguracja Cremona-Richmond ($n = 3m = 6$) oraz przestrzeń biegunowa ($n = 4m - 1 = 7$).

Dowodzimy, że w pewnych nietrywialnych przypadkach, istnieją automorfizmy geometrii $\mathcal{P}_m$ wyznaczone przez półliniowe automorfizmy otaczającej przestrzeni V , które nie są jednomianowe (por. [1]).

MSC (2020): 51E20, 51E22

Literatura

- [1] M. Pankov, K. Petelczyc, M. Żynel, *Point-line geometries related to binary equidistant codes*, J. Combin. Theory Ser. A, 2025, 210, 1–30.